H8: Regelmaat & verandering
V5 - wiskunde C

① a) $48, 51, 54, 57, 60, 63, \ldots$

$\underbrace{}_{+3}\ \underbrace{}_{+3}\ \underbrace{}_{+3}$ etc → constant verschil, dus RR

recursieve formule: $u_n = u_{n-1} + 3$ met $u_0 = 48$

directe formule: $u_n = 48 + 3n$

b) $20, 10, 5, 2.5, 1.25, 0.625, \ldots$

$\underbrace{}_{\cdot\frac{1}{2}}\ \underbrace{}_{\cdot\frac{1}{2}}\ \underbrace{}_{\cdot\frac{1}{2}}$ etc → constant quotiënt, dus MR

recursieve formule: $u_n = \frac{1}{2} \cdot u_{n-1}$ met $u_0 = 20$

directe formule: $u_n = 20 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n$

② linkertabel: lineair, dus RR
$u_0 = 3$
$v = 7 - 3 = 4$
} $u_n = 3 + 4n$

rechtertabel: lineair, dus RR
$u_3 = 15$
$u_8 = 5$

$y = ax + b$
$a = \frac{\Delta y}{\Delta x}$

$u_n = vn + u_0$

$v = \frac{\Delta u_n}{\Delta n} = \frac{u_8 - u_3}{8 - 3} = \frac{5 - 15}{8 - 3} = -2$

$u_3 = -2 \cdot 3 + u_0$

$15 = -6 + u_0$

$u_0 = 21$

Dus $u_n = 21 - 2n$

③ linkertabel: exponentieel, dus MR
$u_0 = 4$
$r = \frac{6}{4} = 1,5$
} $u_n = 4 \cdot 1,5^n$

rechtertabel: exponentieel, dus MR
$u_3 = 600$
$u_6 = 75$

$r^{6-3} = \frac{75}{600}$

$r^3 = \frac{1}{8}$

$r = \sqrt[3]{\frac{1}{8}} = \frac{1}{2}$

$u_n = u_0 \cdot r^n$

$u_3 = u_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3$

$600 = u_0 \cdot \frac{1}{8}$

$u_0 = 4800$

Dus $u_n = 4800 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n$

④ linkertabel: Stat → Edit → $L_1 = \{3, 8\}$
$L_2 = \{15, 5\}$

optie LinReg(ax+b) L_1, L_2 geeft: $y = -2x + 21$ oftewel $u_n = 21 - 2n$

rechtertabel: $L_1 = \{3, 6\}$
$L_2 = \{600, 75\}$

optie ExpReg L_1, L_2 geeft: $y = 4800 \cdot 0,5^x$ oftewel $u_n = 4800 \cdot 0,5^n$

5 a) rentepercentage, dus werken met groeifactor: $g = 1{,}02$.

$N = b \cdot g^t$

$N = 2200 \cdot 1{,}02^t$ oftewel $u_n = 2200 \cdot 1{,}02^n$ (directe formule)

$u_n = 1{,}02 \cdot u_{n-1}$ met $u_0 = 2200$ (recursieve formule)

b) $2 \cdot 2200 = 4400$, dus $4400 = 2200 \cdot 1{,}02^n$ oplossen.

optie table geeft: $x = 35 \rightarrow y = 4399{,}8$

$x = 36 \rightarrow y = 4487{,}8$

Dus $2015 + 36 = 2051$

Op 1 jan. 2051 is het voor het eerst meer dan verdubbeld.

6 a) 3 min en 55 sec = 235 sec.

RR met $t_1 = 235$ en $v = 3$

directe formule: $t_n = 235 + 3(n-1) = 232 + 3n$

recursieve formule: $t_n = t_{n-1} + 3$ met $t_1 = 235$

b) $t_7 = 232 + 3 \cdot 7 = 253$ sec $= 4$ min en 13 sec.

7 a) RR verschil

$u_n = u_0 + vn$

$v = \frac{\Delta u_n}{\Delta n} = \frac{u_{15} - u_5}{15 - 5} = \frac{90 - 130}{15 - 5} = \frac{-40}{10} = -4$

$u_5 = u_0 + -4 \cdot 5$

$130 = u_0 - 20$

$u_0 = 150$

Dus $u_n = 150 - 4n$

alternatief

$L_1 = \{5, 15\}$

$L_2 = \{130, 90\}$

optie LinReg L_1, L_2 geeft:

$y = 150 - 4x$ oftewel

$u_n = 150 - 4n$

b) MR factor

$u_n = u_0 \cdot r^n$

$r^{8-3} = \frac{4374}{18}$

$r^5 = 243$

$r = \sqrt[5]{243} = 3$

$u_8 = u_0 \cdot 3^8$

$4374 = u_0 \cdot 6561$

$u_0 = \frac{4374}{6561} = \frac{2}{3}$

Dus $u_n = \frac{2}{3} \cdot 3^n$

alternatief

$L_1 = \{3, 8\}$

$L_2 = \{18, 4374\}$

optie ExpReg L_1, L_2 geeft:

$y = \frac{2}{3} \cdot 3^x$ oftewel

$u_n = \frac{2}{3} \cdot 3^n$

8 a) $u_8 = 8^3 - 3 \cdot 8 + 1 = 489$

b) manier 1: 100 [ENTER]

$5 + 2\sqrt{ans}$ [ENTER]

geeft $u_0 = 100$; $u_3 \approx 12{,}75$

$u_1 = 25$; $u_4 \approx 12{,}14$

$u_2 = 15$; $u_5 \approx 11{,}97$

alternatief

manier 2: mode → SEQ

nMin = 0

$u_n = 5 + 2\sqrt{u_{n-1}}$

u(nMin) = {100}

aflezen bij table geeft: $u_5 \approx 11{,}97$

(9) RR: recursieve formule is $u_n = u_{n-1} + v$ met u_0 } hier is $v = a = 6$.
directe formule is $u_n = u_0 + vn$

(10) $u_n = u_{n-2} + 3u_{n-1}$ met $u_0 = 2$ en $u_1 = 5$

mode → SEQ

n min = 0

$u(n) = u(n-2) + 3u(n-1)$

$u(n\text{Min}) = \{5, 2\}$

let op de volgorde!

optie table geeft:

$u_2 = 17$
$u_3 = 56$
$u_4 = 183$
$u_5 = 611$
$u_6 = 2018$
$u_7 = 6665$
$u_8 = 22013$

(11) $u_{n+2} = u_n^2 + u_{n+1}$ met $u_0 = 2$ en $u_1 = 5$

herschrijven naar $u_n = u_{n-2}^2 + u_{n-1}$

mode → SEQ

n min = 0

$u(n) = u(n-2)^2 + u(n-1)$

$u(n\text{Min}) = \{5, 2\}$

optie table geeft:

$u_2 = 9$
$u_3 = 34$
$u_4 = 115$
$u_5 = 1271$
$u_6 = 14496$

(12) a) $u_n = 11{,}3 \text{ mjd} \cdot 1{,}074^n$

b) $n = 2017 - 1995 = 22$

$u_{22} = 11{,}3 \text{ mjd} \cdot 1{,}074^{22} \approx 54$ mjd dollar.

(13) a) $c(n) = c(n-1) - 6$ met $c(1) = 150$

$c_n = c_{n-1} - 6$ met $c_1 = 150$

$c_n = 150 - 6(n-1)$

$c_n = 156 - 6n$

b) $F(n+1) = F(n) + 15$ met $F(0) = 80$

$F_{n+1} = F_n + 15$ met $F_0 = 80$

$F_n = F_{n-1} + 15$ met $F_0 = 80$

$F_n = 80 + 15n$

c) $b(n) = 1\frac{1}{8} \cdot b(n-1)$ met $b(1) = 75$

$b_n = 1\frac{1}{8} b_{n-1}$ met $b_1 = 75$

$b_n = 75 \cdot (1\frac{1}{8})^{n-1}$

$b_n = 84\frac{3}{8} \cdot (1\frac{1}{8})^n$

d) $K_{n+1} = 0{,}95 \cdot K_n$ met $K_0 = 650$

$K_n = 0{,}95 \cdot K_{n-1}$ met $K_0 = 650$

$K_n = 650 \cdot 0{,}95^n$

e) $t_{n-5} = 1{,}2 \cdot t_{n-6}$ met $t_1 = 32$

$t_n = 1{,}2 \cdot t_{n-1}$ met $t_1 = 32$

$t_n = 32 \cdot 1{,}2^{n-1}$

$t_n = 26\frac{2}{3} \cdot 1{,}2^n$

(14) $p(n)$ is een RR met $p(0) = 120$
en $v = 108 - 120 = -12$

$p(n) = 120 - 12n$

$Q(n)$ is een MR met $Q(0) = 100$
en $r = \frac{80}{100} = 0,8$

$Q(n) = 100 \cdot 0,8^n$

Dus $p(n) < Q(n)$

$\underbrace{120 - 2n}_{y_1} < \underbrace{100 \cdot 0,8^n}_{y_2}$

optie table geeft: $p(8) = 24$ en $Q(8) \approx 16,8$
$p(9) = 12$ en $Q(9) \approx 13,4$

Dus vanaf de 10e term.

(15) a) $u_n = 1,5\, u_{n-1} + 2n$ met $u_0 = 10$

mode → SEQ
$n\text{Min} = 0$
$u(n) = 1,5\, u(n-1) + 2n$
$u(n\text{Min}) = \{10\}$

optie table geeft:
$u_9 = 797,75$

b) optie table geeft:
$u_{15} = 9561,7$
$u_{16} = 14374$
Dus vanaf de 17e rij.

(16) a) $k(n) = k(n-1) + n^2$ met $k(0) = 10$

mode → SEQ
$n\text{Min} = 0$
$u(n) = u(n-1) + n^2$
$u(n\text{Min}) = \{10\}$

optie table geeft:
$u_{11} = 516$

b) $u_9 = 295$
$u_{10} = 395$
$u_{15} = 1250$
$u_{16} = 1506$

Er liggen 6 termen (u_{10} t/m u_{15}) tussen de 300 en 1500

c) $k(n) = k(n-1) + n^2$
$k(n+1) = k(n) + (n+1)^2$
$k(n+1) - k(n) = (n+1)^2$
$k(n+1) - k(n) = 529$

$(n+1)^2 = 529$
$(n+1)^2 = 23^2$
$n + 1 = 23$
$n = 22$

alternatief
via uitproberen:
$u_{23} = 4334$
$u_{22} = 3805$
$4334 - 3805 = 529$
Dus voor $n = 22$.

(17) $R_n = n^2 + n$
$R_{n-1} = (n-1)^2 + (n-1)$
$R_{n-1} = n^2 - 2n + 1 + n - 1$
$R_{n-1} = n^2 - n$

$R_n - R_{n-1} = n^2 + n - (n^2 - n) = 2n$
$R_n - R_{n-1} = 2n$
$R_n = R_{n-1} + 2n$ met $R_0 = 0$

18

$V_n = 1\frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}n$

$V_{n-1} = 1\frac{1}{2}(n-1)^2 - \frac{1}{2}(n-1)$

$V_{n-1} = 1\frac{1}{2}(n^2-2n+1) - \frac{1}{2}n + \frac{1}{2}$

$V_{n-1} = 1\frac{1}{2}n^2 - 3n + 1\frac{1}{2} - \frac{1}{2}n + \frac{1}{2}$

$V_{n-1} = 1\frac{1}{2}n^2 - 3\frac{1}{2}n + 2$

$V_n - V_{n-1} = 1\frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}n - (1\frac{1}{2}n^2 - 3\frac{1}{2}n + 2)$

$V_n - V_{n-1} = 1\frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}n - 1\frac{1}{2}n^2 + 3\frac{1}{2}n - 2$

$V_n - V_{n-1} = 3n - 2$

$V_n = V_{n-1} + 3n - 2$ met $V_0 = 0$

19

a) $A(0, 4000)$

$B(3000, 8000)$

$\frac{\Delta K}{\Delta q} = \frac{8000-4000}{3000-0} = \frac{4000}{3000} = \frac{4}{3}$

b) $\frac{\Delta K}{\Delta q} = \frac{8000-7500}{3000-1000} = \frac{500}{2000} = \frac{1}{4}$

c) als je lijn AB doortrekt, dan snijdt die lijn de grafiek in C.

De q-coördinaat van C is 5500.

Dus $[0, 5500]$.

20

a) $N = 140t^2 - 5t^3$

De tweede week is van $t=7$ tot $t=14$.

$\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{N(14)-N(7)}{14-7} = \frac{13720-5145}{14-7} = \frac{8575}{7} = 1225$

De gemiddelde toename is 1225 patiënten per dag.

b) Op $[10, 16]$ is $\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{N(16)-N(10)}{16-10} = \frac{15360-9000}{16-10} = \frac{6360}{6} = 1060$

De gemiddelde toename is 1060 patiënten per dag.

21

a) snelheid = $\frac{\text{afstand}}{\text{tijd}}$

(·60)

gem. snelheid = $\frac{\text{afstandsverschil}}{\text{tijdsverschil}} = \frac{2-0}{8-0} = 0{,}25 \frac{\text{km}}{\text{min}} = 15 \frac{\text{km}}{\text{uur}}$

b) De raaklijn voor $t=2$ heeft helling $\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{0{,}5-0}{3-1} = \frac{0{,}5}{2} = 0{,}25 \frac{\text{km}}{\text{min}} = 15 \frac{\text{km}}{\text{uur}}$

c) De helling van de raaklijn is maximaal voor $t=4$:

$\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{1-0}{5-3} = \frac{1}{2} \frac{\text{km}}{\text{min}} = 30 \frac{\text{km}}{\text{uur}}$

d) $12 \frac{\text{km}}{\text{uur}} = 0{,}2 \frac{\text{km}}{\text{min}} = \frac{1}{5} \frac{\text{km}}{\text{min}}$

Dus teken een lijn door $(0,0)$ en $(5,1)$ → $\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{1-0}{5-0} = \frac{1}{5}$

met je geodriehoek evenwijdig aan deze lijn raakt

de grafiek bij $t \approx 1{,}5$ en $t \approx 6$.

Dus bij 1,5 min. en 6 min.